Recopilación de ejercicios de exámenes de años anteriores

Análisis Matemático
UPV/EHU

Nicolás Aguado
nico@nico.eus

17 de enero de 2024

Índice

1. Tema 1. Números Naturales y Enteros

1.1. Demostraciones por Inducción

- 2016 - Enero. Demostrar por inducción que $3^n - 1$ es divisible por 2, $\forall n \in \mathbb{N}$

- 2016 - Junio. Deduce la ley general, y demuéstrala mediante el método de inducción:

$$1+\frac{1}{3}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2\cdot 3},\quad 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2\cdot 9},\quad 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2\cdot 27}$$

- 2017 - Enero. Demostrar por inducción que $2^{3n} - 1$ es múltiplo de 7, $\forall n \in \mathbb{N}$

- 2017 - Junio. Demostrar por inducción que la suma $\frac{n}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n^3}{6}$ siempre va a dar como resultado un número natural.

- 2018 - Enero. Deduce la ley general, y demuéstrala mediante el método de inducción:

$$1+\frac{1}{2}=2-\frac{1}{2},\quad 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=2-\frac{1}{4},\quad 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=2-\frac{1}{8}$$

- 2018 - Junio. Demostrar por inducción que $x^{2n} - 1$ es divisible por el polinomio $x+1$, $\forall n \in \mathbb{N}$

- 2019 - Enero. Demostrar por inducción que $7^n + 1$ es divisible por 8, para todos los $n \in \mathbb{N}$ impares.

- 2019 - Junio. Demostrar por inducción que $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}=2^n-1$$

- 2020 - Enero. Demostrar por inducción que el producto de tres números naturales consecutivos en múltiplo de 6.

- 2021 - Junio. Demostrar por inducción que $\forall n, m \in \mathbb{N}$,

$$1^m+2^m+\cdots+n^m \leq n^{m+3}$$

- 2022 - Enero. Dados $a_1, a_2, \cdots, a_n \in (-1, 0]$, demuestra por el principio de inducción que se cumple la siguiente desigualdad:

$$(1+a_1)(1+a_2)\cdots(1+a_n) \geq 1 + a_1 + a_2 + \cdots + a_n, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

- 2022 - Junio. Demuestra, utilizando el principio de inducción, que $2^{3n} - 1$ es múltiplo de 7, $\forall n \in \mathbb{N}$

- 2023 - Enero. Demuestra, utilizando el principio de inducción, que

$$(1^2+1)\cdot 1! + (2^2+1)\cdot 2! + \cdots + (n^2+1)\cdot n! = n\cdot(n+1)!, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

- 2023 - Junio. Demuestra, por medio del principio de inducción, que si $x = 1+\sqrt{2}$, entonces $\forall\, n \in \mathbb{N} \quad x^n = a + b\sqrt{2}$, siendo $a, b \in \mathbb{Q}$

- 2024 - Primer Parcial Demuestra mediante inducción que: $x^{2n} - 1 = P(x) * (x+1), n \geq 1 \in \mathbb{N}$, donde $P(X)$ es un polinomio.

- 2024 - Enero. Demuestra, utilizando el principio de inducción que $S_n = \dfrac{n}{n+1}$ dada la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

1.2. Cotas, Ínfimo/Supremo, Máximo/Mínimo

Enunciado Global: Sea el conjunto A, busca los puntos interiores, los puntos frontera y los puntos exteriores. Busca el ínfimo, el supremo, el mínimo y el máximo. Razona todas las respuestas.

- 2016 - Enero:

$$A = [0,1] - \left\{ \frac{n}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N} \right\}$$

- 2016 - Junio:

$$A = ((0,1) \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q})) \cup \{2\}$$

- 2017 - Enero / 2018 - Junio:

$$A = \left\{ \frac{(-1)^{n-1}}{n}, \forall n \in \mathbb{N} \right\}$$

- Junio 2017:

$$A = \left\{ \frac{n+1}{n}, \forall n \in \mathbb{N} \right\} \cup \left\{ \frac{2n-1}{n}, \forall n \in \mathbb{N} \right\}$$

- 2018 - Enero:
$$A = \left\{(-1)^{n-1}\frac{n-1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}\right\}$$

- 2019 - Junio:
$$A = \left\{\frac{n-1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}\right\}$$

1.3. Ecuaciones con números complejos

Enunciado Global: Resuelve la ecuación y representa sus soluciones en el plano.

- 2016 - Junio:
$$z^3 - (1+i)z^2 + iz = 0$$

- 2017 - Enero:
$$z^2 - (3-4i)z - (1+7i) = 0$$

- 2017 - Junio:
$$z^5 - z^3 - 2z = 0$$

- 2018 - Enero:
$$z^3 - iz^2 + z = 0$$

- 2018 - Junio:
$$z^4 + (-1+i)z^2 - i = 0$$

- 2019 - Enero:
$$z^3 + (1-4i)z^2 - (3+3i)z = 0$$

- 2019 - Junio:
$$iz^3 + \sqrt{3} = i^{251}$$

- 2021 - Junio:
$$z^6 + 7z^3 - 8 = 0$$

- 2022 - Enero: Demuestra la siguiente igualdad:
$$\sqrt{1+\sqrt{3}i} + \sqrt{1-\sqrt{3}i} = \sqrt{6}$$

1.4. Representación de complejos

Enunciado Global: Representa en el plano el conjunto:

- 2016 - Enero:

$$A = \{z \in \mathbb{C} \quad / \quad |z - 2i| \leq 2 \quad y \quad Re(z) \geq 1\}$$

- 2016 - Junio:

$$A = \{z \in \mathbb{C} \quad / \quad |z - 2| - |z + 2| = 1\}$$

- 2017 - Enero:

$$A = \{z \in \mathbb{C} \quad / \quad |z - 3| \leq 1 \quad y \quad Re(z) \geq \frac{5}{2} \quad y \quad Re(z) \leq \frac{7}{2}\}$$

- 2017 - Junio:

$$A = \{z \in \mathbb{C} \quad / \quad |z + 2| > 1 + |z - 2|\}$$

- 2018 - Enero:

$$A = \{z \in \mathbb{C} \quad / \quad |z - 2i| \leq 2 \quad y \quad Re(z) \leq 1\}$$

- 2018 - Junio:

$$A = \{z \in \mathbb{C} \quad / \quad z\overline{z} \leq Re(z) \quad y \quad Im(z) \leq Re(z)\}$$

- 2022 - Junio:

$$A = \{z \in \mathbb{C} \quad / \quad |z - i| \leq Im(z)\}$$

- 2023 - Enero:

$$A = \{z \in \mathbb{C} \quad / \quad |z - 1 + i| < 1 \quad y \quad |z + i| > 1\}$$

- 2023 - Junio:

$$A = \{z \in \mathbb{C} \quad / \quad Re(\overline{z} - 1) = 2 \quad y \quad |2z - 1| = 4\}$$

- 2024 - Primer Parcial:

$$\arg\left(\frac{z + 2i}{z - 2i}\right) = \frac{\pi}{2}$$

- 2024 - Enero:

$$Re\left(\frac{1}{z - 1}\right) > \frac{1}{2} \quad \text{y} \quad Im\left(\frac{1}{z - 1}\right) > \frac{1}{2}$$

2. Tema 2. Sucesiones

2.1. Resolución de límites

Enunciado: Calcula los siguientes límites.

- Enero 2016:
  - $\lim_{n\to\infty} \left(cos\frac{1}{n}\right)^{(n+1)^2}$
  - $\lim_{n\to\infty} \frac{1+2^2\sqrt{2}+3^2\sqrt[3]{3}+\cdots+n^2\sqrt[n]{n}}{n^3}$
  - $\lim_{n\to\infty} (2^n+3^n)^{1/n}$
- Junio 2016:
  - $\lim_{n\to\infty} \frac{\ln(\sqrt{a+\sqrt{b}}\sqrt[3]{a+\sqrt[3]{b}}\cdots\sqrt[n]{a+\sqrt[n]{b}})}{\sin 1+\sin\frac{1}{2}+\cdots+\sin\frac{1}{n}}, \quad a,b>0$
  - $\lim_{n\to\infty} n(1-\sqrt[n]{a}), \quad a>0$
  - $\lim_{n\to\infty} n\sin n$
- Enero 2017:
  - $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}\left(\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$
  - $\lim_{n\to\infty} \left(1-\frac{n+1}{2}\right)^n$
  - $\lim_{n\to\infty} \frac{n}{3}\ln(n+a)(n+b)(n+c)-\ln n^n$
- Junio 2017:
  - $\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{\frac{1-8n}{1-2n}}\right)^{\frac{3n-1}{1-n}}$
  - $\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sqrt{2}+\sqrt[3]{3}+\cdots+\sqrt[n]{n}}{n}$
  - $\lim_{n\to\infty} \sqrt{n^2-qn}-\sqrt{n^2+qn}$
- Enero 2018:

- $\lim_{n\to\infty} \dfrac{(1\cdot 2\cdot 3)+(2\cdot 3\cdot 4)+\cdots+n(n+1)(n+2)}{4n^4}$
- $\lim_{n\to\infty} \left(\cos\dfrac{a}{n}\right)^n, \quad a\in\mathbb{R}$
- $\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt[3]{(n+a)(n+b)(n+c)}-n\right)$

- Junio 2018:
  - $\lim_{n\to\infty} \dfrac{n}{\sqrt[n]{n!}}$
  - $\lim_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[n]{3}-\sqrt[n+1]{3}}{\arctan\frac{1}{n^2}}$
  - $\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+pn+q}-\sqrt{n^2+rn+s}\right)$
- Enero 2019: (Se repitieron ejercicios de años pasados)
  - $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n-1]{n^3+\ln n}$
- Junio 2019: (Se repitieron ejercicios de años pasados)
  - $\lim_{n\to\infty} \dfrac{1^2+2^2+\cdots+n^2}{n^3+\ln n}$
- Enero 2020:
  - $\lim_{n\to\infty} \dfrac{n+\frac{n-1}{2}+\frac{n-2}{3}+\cdots+\frac{2}{n-1}+\frac{1}{n}}{\ln(n+1)!}$
- Junio 2021:
  - $\lim_{n\to\infty} \dfrac{1+2\sqrt{2}+\cdots+n\sqrt{n}}{n^2\sqrt{n}}$
  - $\lim_{n\to\infty} n\ln\sqrt{\dfrac{1+\frac{1}{n}}{1-\frac{1}{n}}}$
- Enero 2022:
  - Demuestra que la sucesión $\{1!+2!+\cdots+n!\}$ y la sucesión $\{n!\}$ son equivalentes, cuando $n\to\infty$
  - $\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)\sqrt{n+\dfrac{1}{2}}$
- Junio 2022:

- Demuestra que la siguiente sucesión es convergente y calcula su límite: $a_1 = 1, a_n + 1 = \sqrt[3]{4 + a_n^2}, \forall n > 1$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2 + (-1)^n}{\ln(n+2)}$

■ Enero 2023: (Se repitieron ejercicios de años pasados)

- $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n}$

■ Junio 2023

- $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2 + an + 2} - \sqrt{n^2 + bn - 3}\right), a, b > 0$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[n]{n!}}{n}$

■ Enero 2024

- Demuestra que la siguiente sucesión es convergente y calcula su suma: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ (Sabiendo que $S_n = \dfrac{n}{n+1}$)
- $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1 + 2 + 5 + \cdots + (2n-1)}{n+1} - \dfrac{2n+1}{2}\right)$
- $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x - \tan x}{x^k}$, $k \in \mathbb{N}$

3. Tema 3. Series

3.1. Carácter de la serie y acotación del error

Enunciado Global: Calcula el carácter de la serie (en caso de haberla, para los distintos valores de la constante)

- Enero 2016: Calcula S_k para que $R_k < 0,001$; tomando $a = 1$ y $a = 10$.

$$\sum_n \left(\frac{a}{n}\right)^n \cdot n!, \quad a > 0$$

- Junio 2016: Calcula S_k para que $R_k < 0,001$; tomando $a = 2$.

$$\sum_n \frac{a^n}{(n+2)(n+a)5^n}, \quad a > 0$$

- Enero 2017: Calcula S_k para que $R_k < 10^{-3}$; tomando $a = \frac{1}{10}$ y $b = -1$.

$$\sum_n a^n n^b, \quad \forall a > 0, \forall b \in \mathbb{R}$$

- Jun 2017 - Ene 2019: Calcula S_k para que $R_k < 0,0001$; tomando $a = \frac{1}{5}$.

$$\sum_n \frac{n}{n+1}\left(\frac{a}{2}\right)^n, \quad a > 0$$

- Enero 2018: Calcula S_k para que $R_k < 10-3$; tomando $a = \frac{1}{5}$.

$$\sum_n \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n)} a^n, \quad a > 0$$

- Junio 2018: Acota el error que se produce al hacer la suma de los cuatro primeros términos. Calcula S_k para que $R_k < 10^{-2}$.

$$\sum_n \frac{n^3}{n!}$$

- Junio 2019: Calcula S_k para que $R_k < 0,01$.

$$\sum_n \frac{n!}{n^n}$$

- Enero 2022: Acota R_4 cuando $a = e$. Además, calcula S_k para que $R_k < 10^{-1}$ cuando $a = e$

$$\sum_n \frac{(\ln a)^n n^3}{2^{n-1}}$$

- Junio 2022: Acota el R_3 cuando $a = \frac{3}{2}$. Además, calcula S_k para que $R_k < 10^{-3}$ cuando $a = \frac{3}{2}$

$$\sum_n \frac{n+1}{(n+2)(n+3)}(a-1)^n, \quad a > 1$$

- Enero 2023: Acota el R_4 cuando $p = 1$. Además, calcula S_k para que $R_k < 10^{-3}$ cuando $p = 1$

$$\sum_n \frac{(n+1)p^n}{n!}, \quad p > 0$$

- Junio 2023: Acota el error R_3. Además, calcula S_k cometiendo un error menor que 10^{-2}

$$\sum_n \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

- Enero 2024: Acota el error R_3 cuando $a = 3$. Además, calcula S_k cometiendo un error menor que 10^{-2} cuando $a = 3$

$$\sum_n \frac{n^2+1}{n} \frac{1}{a^n}, \quad a > 0$$

4. Temas 4, 5 y 6. Funciones, Continuidad, Derivabilidad

4.1. Estudios y Monotonía

- Enero 2016: Estudia la continuidad y derivabilidad de la función, y calcula la función derivada. Calcula además los máximos y mínimos absolutos en el intervalo [-2,2].

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x^2 + 2x + 1, & x < 0 \\ \dfrac{1}{x+1}, & 0 \leq x \end{cases}$$

- Junio 2016: Demuestra que tiene y calcula los máximos y mínimos absolutos en el intervalo [-1,1]

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & -1 \leq x \leq 0 \\ |x \ln x|, & 0 < x < 1 \end{cases}$$

- Enero 2017: Realiza el estudio completo de la función.

$$f(x) = \begin{cases} xe^x, & x < 0 \\ 1-(x-1)^2, & 0 \leq x \end{cases}$$

- Junio 2017: Realiza el estudio completo de la función.

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ x^2 \ln x, & 0 < x \end{cases}$$

- Enero 2018: Realiza el estudio completo de la función.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-1}, & x < 1 \\ -1+2(2-x)e^{2-x}, & 1 \leq x \end{cases}$$

- Junio 2018: Realiza el estudio completo de la función.

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & x < 0 \\ (x-1)^2, & 0 \leq x \end{cases}$$

- Enero 2019: Realiza el estudio completo de la función, incluido el gráfico.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x \ln \dfrac{1}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

- Junio 2019: Dada la función $f(x)$, estudia su continuidad y derivabilidad en su dominio de definición. Además, calcula sus extremos en el intervalo [-1'25,1'25]

$$f(x) = 2|x| - x^2$$

- Enero 2021: Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^4 - 3x^2 - a, & x \leq 0 \\ \dfrac{x\cos x - \sin x}{x^3}, & x > 0 \end{cases}$$

  - ¿Existe algún valor del parámetro a para el que se cumplan las condiciones del teorema del valor medio en el intervalo [-3,3]? Si existe, utiliza ese valor de aquí en adelante.
  - Razona que la función $f(x)$ tiene extremos absolutos en el intervalo [-3,0] utilizando el teorema adecuado y, luego, calcúlalos.
  - Calcula la recta tangente a la función $f(x)$ en el punto $x = -2$. Dibuja la función y esa recta tangente en el intervalo [-3,0].
  - Demuestra que la función se anula por lo menos una vez en el intervalo [0,5]. Aproxima ese valor por medio del algoritmo de Newton-Raphson, partiendo del punto $x = 5$ y haciendo tres iteraciones
  - Aproxima el valor de $f'(5)$ utilizando la fórmula de la diferencia central, tomando $h = 0,1$. ¿Qué error se comete?

- Junio 2021: Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{\sqrt{1-x}}, & x < 1 \\ \dfrac{e^{x+1}}{x^2 - b}, & x \geq 1 \end{cases}$$

  - ¿Cuánto deben valer los parámetros a y b para que $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$ y la recta tangente en el punto $x = -3$ sea paralela a la recta $y = \frac{1}{16}x + 3$? A partir de ahora utiliza esos valores de los parámetros
  - Calcula los extremos relativos y absolutos de la función en el intervalo [-10,10], si existen
  - Escribe para los valores $x > 1$ un algoritmo que podamos utilizar para valorar a la vez la función y su derivada usando la derivación algorítmica. Utiliza dicho algoritmo para calcular $f(5)$ y $f'(5)$

- Enero 2022: Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} h^{-1}(x), & x < 0 \\ (x-\pi)^2 - \pi, & 0 \leq x \leq \pi \\ \tan x - x, & x > \pi \end{cases}$$

  donde $h^{-1}(x)$ es la función inversa de la función $h(x)$.

- Demuestra que la ecuación $f(x) = 0$ tiene una única solución en el intervalo $[\pi, 4'5]$. Aproxima ese valor por medio del método de Newton-Raphson, partiendo del punto $x_0 = 4,5$ y hasta que la diferencia entre dos iteraciones sea menor que 10^{-4}.
- Calcula, si tiene, los extremos absolutos de la función $f(x)$ en el intervalo $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$.
- Aproxima el valor de $f(6) = \tan(6) - 6$ utilizando el polinomio de Taylor de grado 3 en el punto $x = 2\pi$. ¿Qué error se comete?
- Propón una función $h(x)$ que haga la función $f(x)$ continua y derivable en el punto $x = 0$.

■ Junio 2022: Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 5x - 16}{x^2 - 6x - 16}, & x \leq 0 \\ 2x^3 + px^2 + qx + 1, & x > 0 \end{cases}$$

- Calcula, si existen, las asíntotas de la función $f(x)$ y estudia el comportamiento de la función cuando se acerca a ellas.
- Calcula los valores de los parámetros p y q para que la función $f(x)$ tenga un extremo relativo en el punto $(1, -6)$. ¿Qué tipo de extremo es? (Guarda los valores para los siguientes apartados)
- ¿Se puede aplicar el teorema del valor medio en el intervalo $[-1, 0]$? ¿Por qué?
- Consigue, si se puede, la recta tangente de la función $f(x)$ en el punto $x = 0$.
- Escribe un algoritmo que evalue a la vez $f(x)$ y $f'(x)$ usando la derivación algorítmica, y utiliza ese algoritmo para calcular $f(-3)$ y $f'(-3)$.

■ Enero 2023: Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} a - x^3, & x < 1 \\ \dfrac{\ln(x)}{x}, & x \geq 1 \end{cases}$$

- Calcula el valor de a para que la función sea continua. Una vez calculado, para ese valor de a, es la función derivable?
- Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

- Consigue una aproximación del punto $f(1,1) = \frac{\ln(1,1)}{1,1}$ mediante el polinomio de Taylor de tercer grado, tomando $a = 1$. ¿Qué error se comete?

- Junio 2023: Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1-e^x}, & x < 0 \\ \dfrac{a}{x+e}, & x \geq 0 \end{cases}$$

  - Calcula el valor del parámetro a para que la función sea continua.
  - Demuestra que la función toma el valor -4 en el intervalo $[-10,-2]$, o sea que $\exists c \in (-10,-2)/f(c) = -4$. ¿Qué teorema has utilizado?
  - EL valor c del apartado anterior es la solución de la ecuación $\frac{x}{1-e^x} = -4$. Por tanto, utiliza el algoritmo de Newton-Raphson para aproximar el valor c, partiendo del punto $x_0 = -2$ y realizando dos iteraciones.

- Enero 2024:

  - Supongamos que la función $f : [0,1] \longrightarrow [0,1]$ es continua en el intervalo $[0,1]$. Demuestra que existe un punto $c \in [0,1]$ tal que $f(c) = c$.
  - Calcula la continuidad y derivabilidad de la siguiente función.

$$z(x) = \begin{cases} \dfrac{2e^x - 1}{6}, & x \leq 1, \\ \dfrac{(2-x)e^{2-x}}{3} - \dfrac{1}{6}, & 1 < x \end{cases}$$

  - Comprueba que la función del apartado anterior ($z(x)$) verifica la propiedad del primer apartado en el intervalo $[0,1]$ y aproxima el punto c utilizando el método iterativo de Newton-Raphson, partiendo del punto $x = 0,5$ y realizando dos iteraciones.

4.2. Optimización

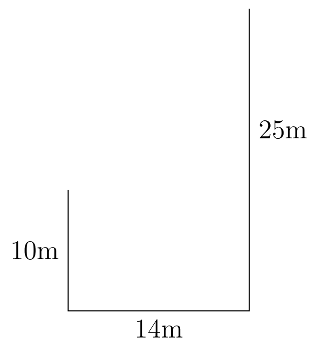
- Enero 2023:

  Queremos construir una caja con base cuadrada y para ello tenemos $10m^2$ de material. Pensando que para construir la caja hay que utilizar todo el material y que el material disponible lo podemos adaptar de cualquier manera, ¿Cuáles serán las dimensiones de la caja de volumen máximo (anchura de la base, longitud de la base, altura)?

- Junio 2023:

  Se quiere construir una caja. Se pretende que la longitud de su base sea el triple de la anchura de la base. El material de construcción de la base y la tapa de la caja cuesta 10 euros/m^2, y el material de construcción del resto de lados 6 euros/m^2. Si la caja debe tener un volumen de $60m^3$, determinar las dimensiones de la caja (longitud de la base, anchura de la base y altura) para que el coste de la construcción sea mínimo.

- Enero 2024: Se tienen dos postes clavados en el suelo: uno de 10 y otro de 25 metros. La distancia que separa a las bases de los postes es de 14 metros. Se quiere tirar dos cables desde el máximo de altura de cada poste de manera que los dos converjan en el mismo punto del suelo. Determinar la distancia de cada base del poste a dicho punto de manera que la longitud total de los 2 cables sea mínima.



Mucho ánimo, y que la suerte esté siempre de tu parte.